

Filtrowanie szeregów czasowych

Ekonomia stosowana

dr Michał Gradzewicz

Katedra Ekonomii I

KAE

Sezonowość

- Wiele zjawisk makroekonomicznych obserwowanych z częstotliwością wyższą niż roczna cechuje się sezonowością
 - Dane kwartalne
 - Dane miesięczne
- Modele makro nie wyjaśniają zmienności sezonowej
 - Zatem zazwyczaj musimy pozbyć się sezonowości
- Metody odsezonowujące zazwyczaj dekomponują szereg czasowy na kilka komponentów
 - Trend
 - Cykl
 - Wzorzec sezonowości
 - Czynniki nieregularne

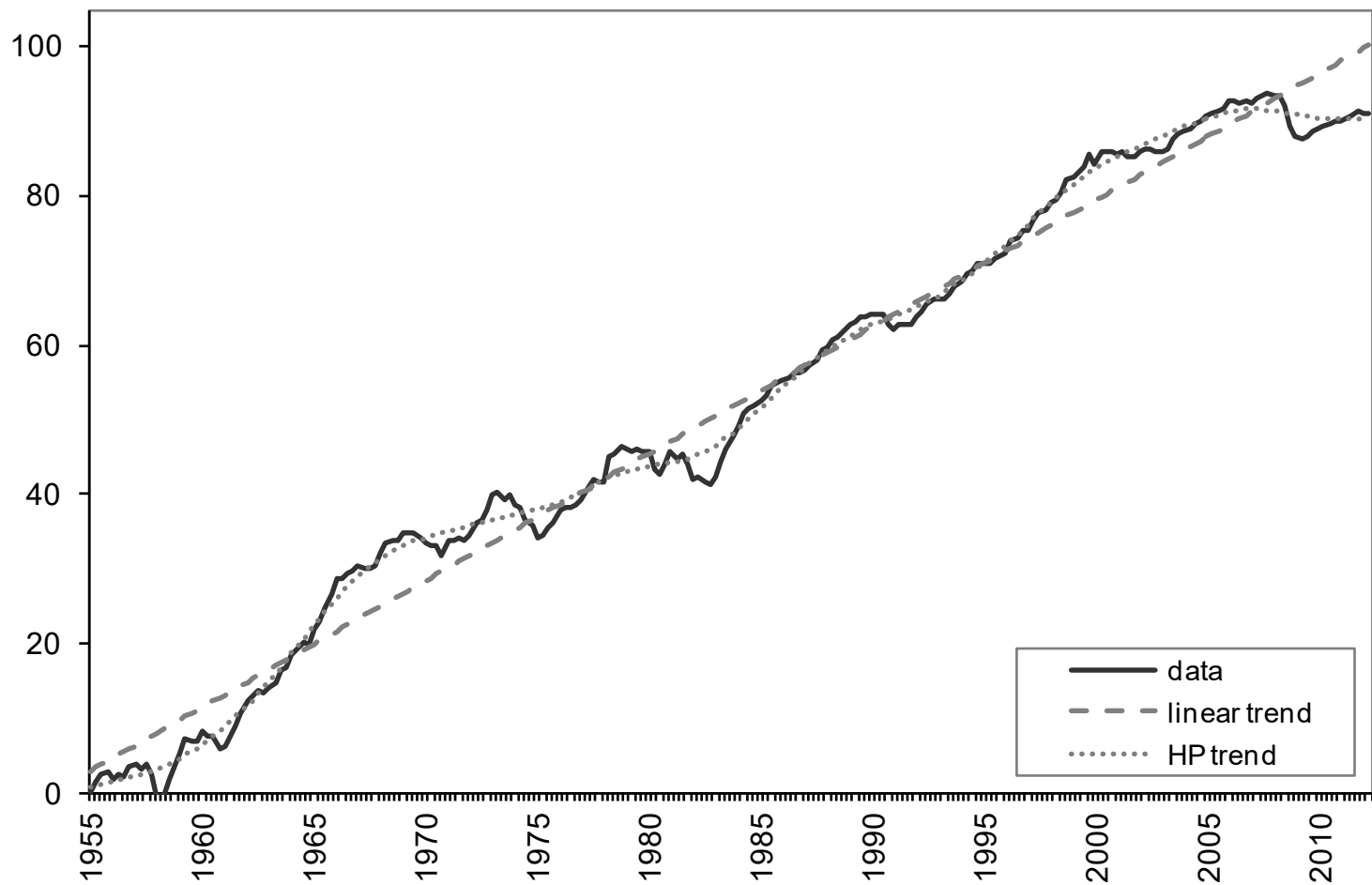
Najbardziej popularne metody odsezonowania

- Najbardziej znane metody odsezonowania to:
 - TRAMO/SEATS (Time series Regression with ARIMA noise, Missing observations and Outliers / Signal Extraction in ARIMA Time Series)
 - X-12/X-13 ARIMA
- W Europie dominuje TRAMO/SEATS
 - Eurostat, GUS, urzędy krajowe
- X-13 w USA
- Software
 - Demetra+ <https://joinup.ec.europa.eu/solution/demetra>
 - Implementacje w różnych pakietach ekonometrycznych (np. pakiet *seasonal* w R)

Trend i cykl

- Wiele zmiennych makroekonomicznych zawiera trend
 - Zmienne realne (realny PKD, inwestycje, konsumpcja, płace realne,...) – wpływa na nie postęp technologiczny
 - Zmienne nominalne – ze względu na inflację
- Makroekonomia w dużej mierze koncentruje się na:
 - Długookresowym wzroście gospodarczym
 - Mechanizmy wzrostu gospodarczego
 - Różnice rozwojowe między krajami
 - Wahaniach koniunkturalnych
 - Amplituda
 - Trwałość (*persistence*)
 - Pozycja cykliczna (pro-, anty, acykliczność)
 - Opóźnienia czy przyspieszenie

Trend niejedno ma imię



Filtracja

- Cel: wyodrębnienie komponentu cyklicznego szeregu czasowego
- Transformacje przed filtracją:
 - Transformacja logarytmiczna
 - Pozwala łatwo policzyć odchylenia od trendu w punktach logarytmicznych (czyli w przybliżeniu jako procentowe odchylenia)
 - Ma lepsze własności statystyczne
 - Odsezonowanie danych
 - Teoretycznie można stosować filtry do odsezonowania
 - W praktyce nie działa to najlepiej

Analiza spektralna (widmowa)

- Pozwala na dekompozycję szeregu czasowego na komponenty o różnych częstotliwościach
- Aplikacje:
 - Określanie dominujących częstotliwości
 - Usuwanie określonych częstotliwości z danych (filtrowanie)
 - Określenie zależności między zmiennymi na określonych zakresach częstotliwości

Analiza spektralna - definicje

- Gęstość spektralna (spektrum) stacjonarnego szeregu czasowego $\{y_t\}_{t=1}^T$ dana jest

$$S_y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=-\infty}^{\infty} ACF_y(\tau) e^{-i\omega t}$$

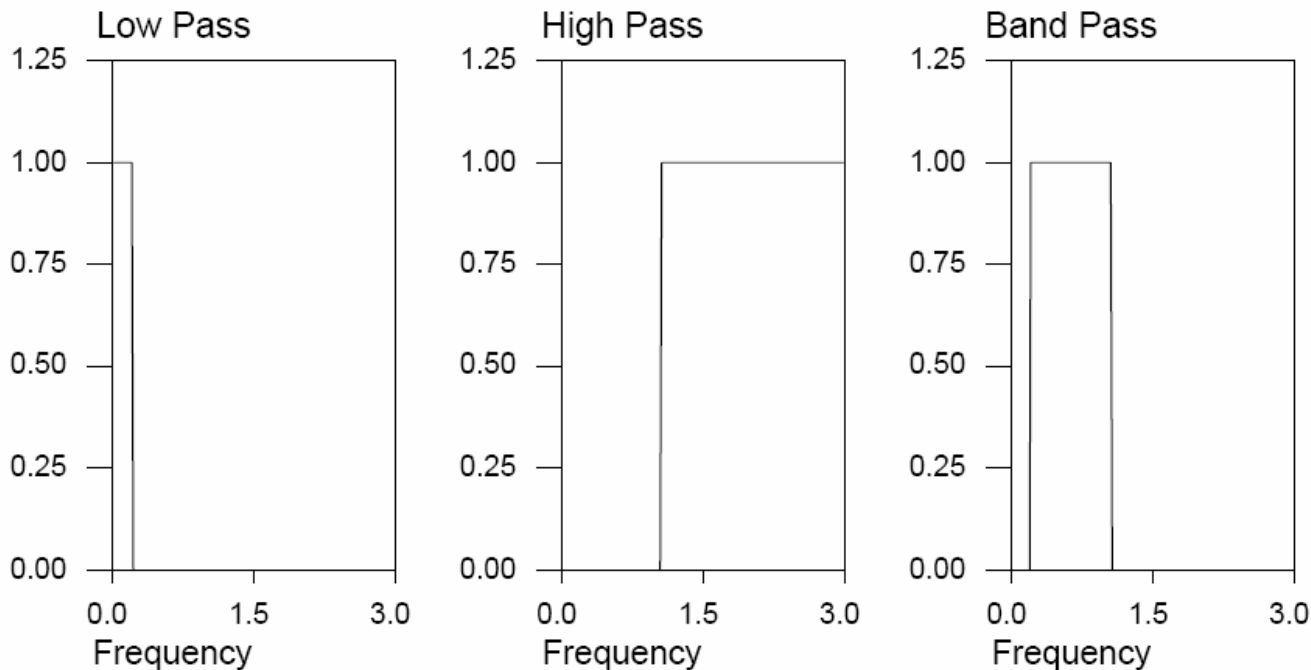
Gdzie $ACF(\tau) = E(y_t - Ey_t)(y_{t-\tau} - Ey_t)$

- Innymi słowy, spektrum to transformacja Fouriera funkcji autokowariancji szeregu czasowego
- Częstotliwości $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, j = 1, \dots, T-1$
- Zatem dla częstotliwości ω_j okres dany jest przez $2\pi/\omega_j$
- Periodogram – wykres gęstości spektralnej względem częstotliwości ω – w R przeskalowany do przedziału $[0, 0.5]$
- W praktyce periodogramy często się wygładza używając specjalnych filtrów zwanych filtrami jądrowymi (kernels):
 - Daniell
 - Bartlet
 - Parzen

Filtry

- Filtr to liniowa transformacja procesu stochastycznego
 - Przykładowo, proces MA jest filtrem, bo przekształca liniowo biały szum w inny proces stochastyczny
- Filtry mogą służyć do usunięcia określonych częstotliwości z danych
 - High-pass (filtr górnoprzepustowy) – zostawia tylko wysokie częstotliwości
 - Low-pass
 - Band-pass – zostawia częstotliwości w określonym zakresie

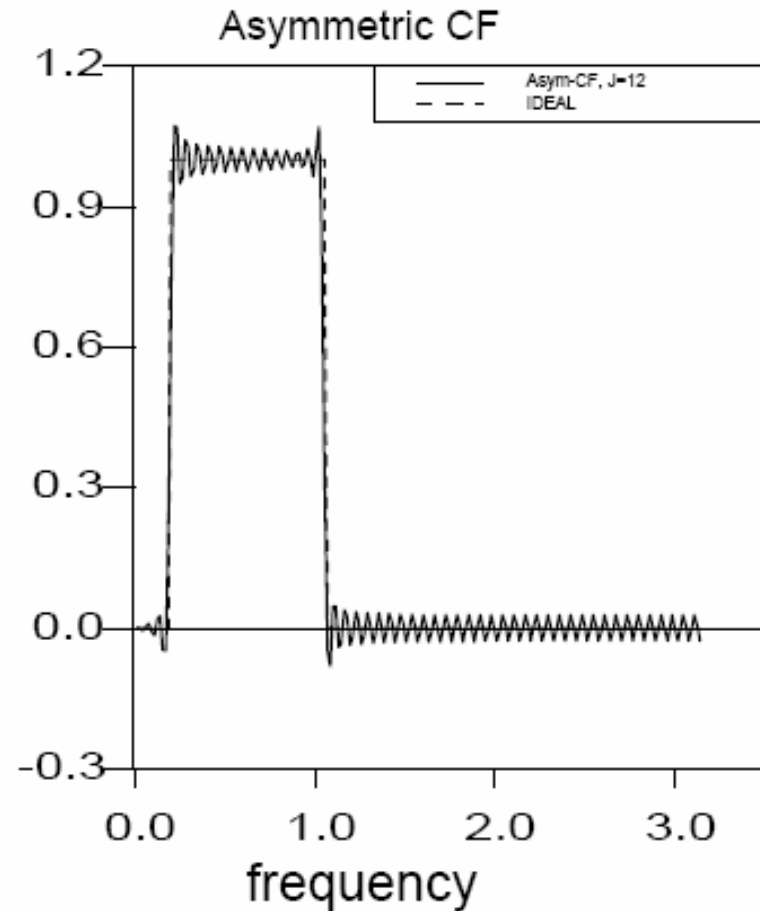
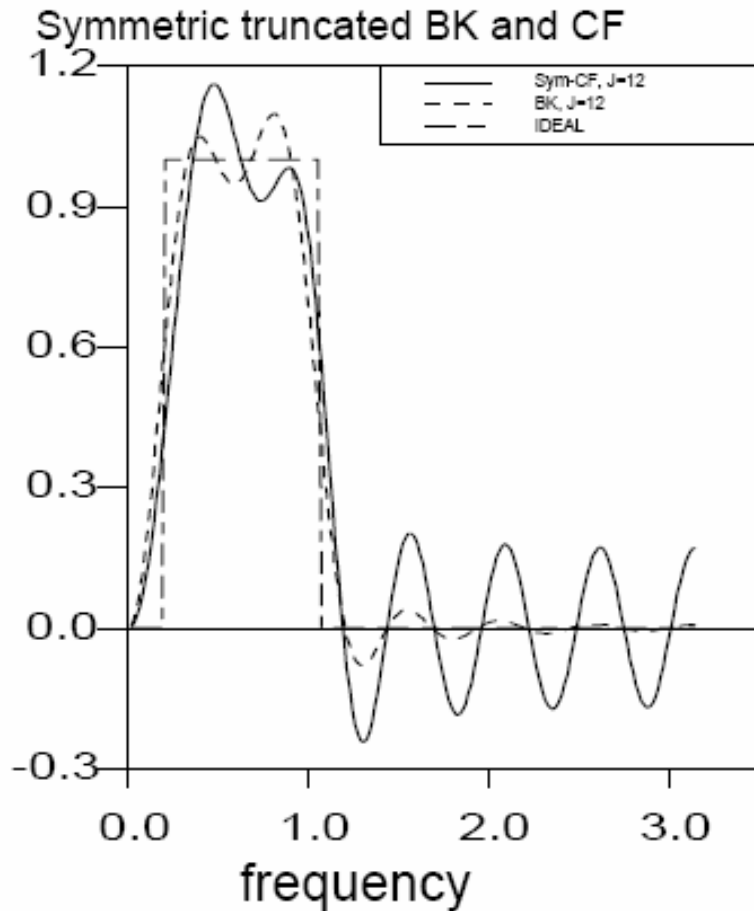
Filtry idealne:



Filtry Band-Pass

- Typowa parametryzacja:
 - Typowy zakres częstotliwości cyklicznych (definicja cyklu) to:
 - 1.5 – 8 lat
 - 2 – 10 lat
- Idealny filtr wymaga nieskończenie wiele obserwacji, zatem w praktyce stosuje się aproksymacje:
 - Baxter-King
 - Christiano-Fitzgerald (bardziej ogólny)
- Problemy z aproksymacją:
 - Jest najdokładniejszy w środku próby, mało dokładny na końcach
 - Efekt Gibbsa
 - Nie najlepszy dla stacjonarnych szeregów czasowych (wzmacnia częstotliwości koniunkturalne)

Aproksymacja filtru BP – efekt Gibbsa



Filtr Hodricka-Prescotta (HP)

- Bardzo popularny filtr
- Został zdefiniowany jako rozwiązanie:

$$\min_{\{\tilde{y}_t\}_{t=1}^T} \left(\sum_{t=1}^T (y_t - \tilde{y}_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ([\tilde{y}_{t+1} - \tilde{y}_t] - [\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1}])^2 \right)$$

- Można pokazać, że ma on reprezentację jako filtr Low-Pass
- Jeśli ω_{cut} to częstotliwość odcięcia, to:

$$\lambda = \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{\omega_{cut}} \right) \right)^{-4}$$

- Przykładowo (Ravn and Uhlig, 2002):
 - Dla danych kwartalnych i $\omega_{cut} = 4 * 10 = 40$, przyjmuje się często: $\lambda \approx 1600$
 - Dla danych rocznych przyjmuje się często $\lambda = 6.25$
 - Dla danych miesięcznych $\lambda = 129600$
- W ostatnim czasie mocno skrytykowany przez Jamesa Hamiltona [„Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter”](#)
 - Implementacja w R: pakiet *neverhpfiler*

Filtracja - software

- Filtry HP i BK są zaimplementowane w Gretl
- Pakiet mFilter w R dostarcza wszystkie najważniejsze filtry
- Originalny kod Christiano-Fitzgerald:
<http://www.frbatlanta.org/cqer/researchcq/bpf/>
- Kod w Matlab/Octave autorstwa Pawła Kowala:
<http://ideas.repec.org/c/wpa/wuwppr/0507001.html>
- HP w excelu (Kurt Annen): <http://ideas.repec.org/c/dge/qmrbcd/165.html>