

Imię i nazwisko: _____ Numer albumu: _____

Kolejność rozwiązywania dowolna. Każde zadanie jest za 6 punktów. Odpowiedzi proszę podkreślić. Czas: **60 minut**

1. Oblicz granice:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(n-1)(n+1)}{1+n^2} \right)^{n^2}$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\pi^n + 2^{n+1} - 2018n^2 + (-1)^{3n}}$$

2. Dana jest funkcja

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{dla } x > 0 \\ \frac{x}{x+1} & \text{dla } x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) Określ dziedzinę funkcji i przedziały ciągłości.
- (b) Wyznacz asymptoty funkcji.

3. Dana jest funkcja

$$f(x) = \ln(1 + \sin(\pi \cdot x))$$

- (a) Wyznacz w przybliżeniu $f(0.98)$ (do dwóch miejsc po przecinku)
- (b) Ile wynosi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$?

4. Dana jest funkcja

$$f(x) = \frac{2 \ln(x) + 1 + 5x}{2x}$$

- (a) Określ, gdzie funkcja jest rosnąca/malejąca.
- (b) Określ gdzie funkcja jest wypukła/wklęsła

5. Wyznacz (graficznie lub analitycznie) minimum i maksimum funkcji:

$$f(x, y) = 4y + 2x \text{ na zbiorze } \{(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5/4\}$$