

Termin: 20.03.2019 (grupa 111) lub 27.03.2019 (grupa 110)
Za zestaw można zdobyć 11 punktów, z czego 10 będzie wliczone do wyniku
(można zatem mieć "jeden" błąd).

1. (5 pkt) Dany jest zbiór N wszystkich studentek SGH. Określmy następujące relacje:

- $a \succsim_M b$ jeśli a mieszka w tej samej miejscowości co b
- $a \succsim_W b$ jest a współlokatorką b
- $a \succsim_P b$ jeśli a zjadła w Tłusty Czwartek nie więcej pączków niż b

(a) (4 pkt) Dla każdej z tych relacji sprawdź, czy jest ona zwrotna, spójna, przechodnia na zbiorze N . Sprawdź też, czy relacja jest (słabo) antysymetryczna, tj. spełnia warunek:

$$\forall a, b \in N (a \succsim b) \wedge (b \succsim a) \Rightarrow a = b$$

(Uwaga: chodzi o równość, tj. a jest b , a nie relację indyferencji \sim)
Odpowiedzi uzasadnij!

(b) (1 pkt) Dla relacji, która jest zwrotna, spójna i przechodnia zaproponuj funkcję użyteczności, która reprezentuje tę relację.

2. (2 pkt) Niech \succsim będzie racjonalną relacją. Korzystając z definicji ścisłej relacji \succ , tj. $a \succ b \Leftrightarrow (a \succsim b) \wedge \neg(b \succsim a)$, udowodnij:

$$(x \succ y) \wedge (y \succsim z) \Rightarrow x \succ z$$

3. (4 pkt) Dane są następujące loterie:

- $L_1 = [50, 0.4; 0, 0.6]$
- $L_2 = [50, 0.5; 0, 0.5]$
- $L_3 = [50, 0.1; 20, 0.9]$
- $L_4 = [20, 1]$ (loteria pewna)

Wiadomo, że gracz ma preferencje modelowane funkcją użyteczności vNM oraz $L_2 \sim L_4$.

(a) (1 pkt) Zaproponuj konkretną funkcję użyteczności na zbiorze $\{0, 20, 50\}$.

(b) (1 pkt) Uporządkuj loterie w kolejności preferencji.

(c) (2 pkt) Zdefiniujmy $L_5 = [p, L_3; 1-p, L_1]$. Dla jakiego p gracz będzie miał $u(L_5) = u(L_2)$?