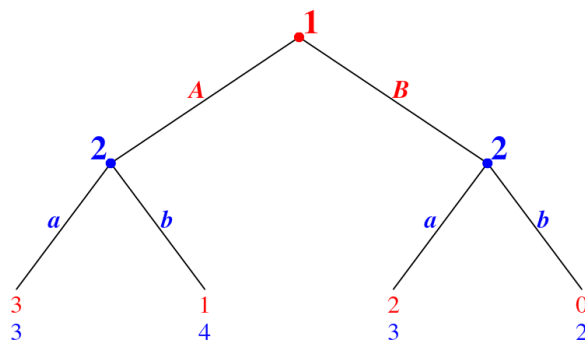


Termin: 20.11.2019

Za zestaw można zdobyć 11 punktów, z czego 10 wliczy się do końcowego wyniku.

1. (3 pkt) Rozważ grę poniżej:



- (a) (1 pkt) Znajdź równowagę doskonałą tej gry i zapisz ją z użyciem pełnych profili strategii
- (b) (1 pkt) Zapisz grę w postaci macierzowej i znajdź równowagi Nasha **w strategiach czystych**
- (c) (1 pkt) Przyjmij teraz, że gracz 2 nie obserwuje wyboru gracza 1. Zapisz nową macierz gry i znajdź równowagi Nasha w strategiach czystych.
2. (4 pkt) Rozpatrz duopol Cournota. Cena dobra wynosi  $26 - Q$ , gdzie  $Q = q_1 + q_2$ , czyli łączna ilość dobra na rynku. Firmy charakteryzują się kosztem produkcji równym  $2q_i$  dla  $i \in \{1, 2\}$ .
- (a) (1 pkt) Załóżmy, że firma 2 produkuje pewne  $q_2$ . Jaka jest optymalna produkcja firmy 1 w odpowiedzi na  $q_2$ ? Zapisz to jako funkcję  $q_1^*(q_2)$ .
- (b) (1 pkt) Wyznacz równowagę Nasha tej gry.
- (c) (1 pkt) Przyjmij teraz, że firmy podejmują decyzję sekwencyjnie (duopol Stackelberga). Wyznacz doskonałą równowagę Nasha.
- (d) (1 pkt) Czy para strategii  $q_1 = 10, q_2 = \begin{cases} 7 & \text{jeśli } q_1 \leq 10 \\ 8 & \text{jeśli } q_1 > 10 \end{cases}$  tworzy równowagę Nasha gry Stackelberga?
3. (3 pkt) Pięciu gospodarzy, z których każdy ma dwie krowy, korzysta ze wspólnego pastwiska. Każdy z graczy może wypasać 0, 1 lub 2 krowy. Wypasanie krów jest dla gospodarzy opłacalne, gdyż nie muszą wtedy kupować paszy dla krów. Wydajność pastwiska spada wraz z liczbą wypasanych krów, tj. dla  $Q$  krów wydajność wynosi  $12 - Q$  (pewnych jednostek wydajności). Przyjmujemy, że jeśli gospodarz wypasa  $q_i$  krów, to jego zysk (w porównaniu do sytuacji, gdy karmi krowy paszą) wynosi  $q_i(12 - Q)$ .
- (a) (1 pkt) Zapisz tę grę w postaci normalnej. Hint: sprowadź grę do "gry dwuosobowej" jednego gospodarza vs. łączny wybór wszystkich pozostałych.

- (b) (1 pkt) Za pomocą procedury iteracyjnego usuwania strategii zdominowanych określ rozwiązanie gry. Czy rozwiązanie jest Pareto-optymalne?
- (c) (1+2 pkt) Gra ta znana jest jako *tragedia wspólnego pastwiska*. Podaj przykład problemu społecznego lub gospodarczego, w którym spotykamy się z podobnym zjawiskiem. Zasugeruj możliwe rozwiązanie. *Uwaga: to jest pytanie otwarte, za naprawdę dobre/przemysłane odpowiedzi można dostać dodatkowe punkty gratis..*